

Verantwoording raadkans/-score in RemindoToets

Hierna is onderbouwd op welke wijze de raadkans en raadscore in RemindoToets worden berekend.

Toelichting op de gebruikte termen

- *#afleiders*: het aantal (#) afleiders in de vraag
- *Afleiderpunten*: het aantal te behalen punten per afleider (bij scoreverdeling)
- *#antwoorden*: het aantal verschillende, mogelijke te geven antwoorden, bv. bij een meerkeuzevraag (meerdere antwoorden) met 3 afleiders wordt dit $7 = 2^3 - 1$ (lege antwoorden zijn niet toegestaan)
- *Bonus*: het aantal bonuspunten bij een volledig correct antwoord, indien van toepassing
- *#correct*: het aantal correcte afleiders in de vraag
- *Formulewaarde*: het resultaat van bv. de quotiënt- of productformule, indien voor dit scoremodel is gekozen
- *minKeuze en maxKeuze* – het minimum en maximum aantal te kiezen afleiders

Meerkeuzevragen

Binnen meerkeuzevragen zijn verschillende vraagtypes en scoretypes mogelijk.

Eén antwoord

De raadkans is $1 / \#afleiders$.

De raadscore hangt af van het scoretype:

- Bij "Correct antwoord" geldt $bonus * raadkans$;
- Bij "Scoreverdeling" geldt $bonus * raadkans + \sum afleiderpunten * raadkans$.

Voorbeeld:

- Bij 4 afleiders is de raadkans $1 / 4 = 25\%$.
- Bij 3 afleiders met afleiderpunten 2, 4 en 5, en 2 bonuspunten is de raadscore $2 * 1/3 + \sum(2,4,5) * 1/3 = 13/3 = \sim 4.333$.

Meerdere antwoorden (evt. gelimiteerd)

Eerst worden minKeuze en maxKeuze bepaald a.d.h.v. het vraagtype en scoretype:

- Bij de quotiëntregel weet de deelnemer het aantal te kiezen afleiders, dus $minKeuze = maxKeuze = \#correct$
- Bij meerdere antwoorden geldt $minKeuze = 1$ (lege antwoorden zijn niet toegestaan), $maxKeuze = \#afleiders$
- Bij meerdere antwoorden (gelimiteerd) geldt $minKeuze = 1$, $maxKeuze =$ de ingestelde limiet

#antwoorden hangt af van minKeuze en maxKeuze: $\sum_{k=minKeuze}^{maxKeuze} \binom{\#afleiders}{k}$. Indien $minKeuze = 1$, en $maxKeuze = \#afleiders$, geldt $\#antwoorden = 2^{\#afleiders} - 1$.

De raadkans is vervolgens $1 / \#antwoorden$.

De raadscore hangt af van het scoretype:

- Bij "Correct antwoord" geldt $bonus * raadkans$;

- Bij "Scoreverdeling" wordt gekeken in hoeveel antwoorden elke afleider voorkomt. Deze frequentie wordt vermenigvuldigd met #afleiderpunten: $\text{bonus} * \text{raadkans} + \sum_{k=0}^{\text{maxKeuze}-1} \binom{\text{\#afleiders} - 1}{k} * \text{afleiderpunten} * \text{raadkans}$;
- Bij de quotiënt- en productregel wordt per geldig antwoord de correct- en incorrectproportie berekend, waarop de van toepassing zijnde formule (quotiënt of product) wordt toegepast: $\text{bonus} * \text{raadkans} + \sum (\text{formulewaarde} * \text{\#antwoorden}) * \text{raadkans}$.

Voorbeeld:

- Bij 5 afleiders, minKeuze = 2 en maxKeuze = 3 geldt #antwoorden = $\sum_{k=2}^3 \binom{5}{k} = 20$, en is de raadkans $1 / 20 = 5\%$.
- Bij 4 afleiders geldt #antwoorden = $2^4 - 1 = 15$, en is de raadkans $1 / 15 = \sim 6.667\%$. Met afleiderpunten 1, 2, 3 en -1 is de raadscore $\sum_{k=0}^{4-1} \binom{4-1}{k} * \sum(1,2,3,-1) * \text{raadkans} = \sim 2.666$.

Matching/Matrixvragen (Meervoudig juist-vragen (Multiple response vragen))

Ook binnen matching/matrixvragen zijn verschillende vraagtypes en scoretypes mogelijk.

Eén associatie

Dit is effectief een meerkeuzevraag met één antwoord, maar met afleiders verdeeld over twee dimensies: rijen en kolommen. De raadkans en raadscore worden dan ook op dezelfde manier berekend als de meerkeuzevraag met één antwoord.

Eén of meerdere associaties per rij

Dit is effectief meerdere meerkeuzevragen (evt. met één antwoord), in één. De raadkans en raadscore per rij worden dan ook op dezelfde manier berekend. De raadkans over alle rijen wordt vermenigvuldigd; de raadscore opgeteld.

Sorteervragen

De eerste afleider kan op #afleiders plekken worden gezet, de tweede afleider op #afleiders - 1, de derde op #afleiders - 2, etc. Dit levert #antwoorden = #afleiders! op.

De raadkans is $1 / \text{\#afleiders!}$.

De raadscore bij scoretype "Correct antwoord" is $\text{bonus} * \text{raadkans}$.

Voorbeeld:

- Met 4 afleiders zijn er $4! = 24$ mogelijke antwoorden. De raadkans is $1 / 4! = \sim 4.167\%$.

Het is echter ook mogelijk de quotiëntregel toe te passen, waardoor de raadscore anders wordt berekend. De correct- en incorrectproportie worden berekend a.d.h.v. het aantal permutatie-inversies in een antwoord, d.w.z. het aantal sets van twee afleiders dat in de verkeerde volgorde staat.

Voorbeeld:

- Met afleiders A, B, C, D en E bevat het gegeven antwoord E, C, A, B, D de volgende 6 inversies: EC, EA, EB, ED, CA, CB. De andere 4 paren staan wel op de juiste volgorde: CD, AB, AD, BD. Dit levert een correct- en incorrectproportie op van $4/10$ (40%) en $6/10$ (60%).

Vooraf bij een hoog #afleiders is #antwoorden erg hoog. Om niet voor elke mogelijke permutatie uit te rekenen hoeveel inversies deze bevat, wordt gebruik gemaakt van de genererende functie $\prod_{j=1}^n \left(\frac{1-x^j}{1-x} \right)$ van Muir ("On a simple term of a determinant", Proc. Royal S. Edinburgh, 21 (1898-9), 441-477). De coëfficiënten van deze functie geven het aantal

permutaties weer met een specifiek aantal inversies.

Voorbeeld:

- Met 4 afleiders geldt de genererende functie $1 * (1 + x) * (1 + x + x^2) * (1 + x + x^2 + x^3) = 1 + 3x + 5x^2 + 6x^3 + 5x^4 + 3x^5 + x^6$. De coëfficiënten hiervan zijn: 1, 3, 5, 6, 5, 3, 1. Dit houdt in dat er 1 permutatie bestaat zonder inversies (de gesorteerde permutatie), 3 permutaties met 1 inversie, 5 met 2 inversies, 6 met 3 inversies, 5 met 4 inversies, 3 met 5 inversies en 1 met 6 inversies (de invers gesorteerde permutatie).
- Hierna wordt de quotiëntformule toegepast op elke mogelijke correct- en incorrectproportie, en het resultaat vermenigvuldigd met deze coëfficiënten: $1 * \left(\frac{6/6}{1+0/6}\right) + 3 * \left(\frac{5/6}{1+1/6}\right) + 5 * \left(\frac{4/6}{1+2/6}\right) + 6 * \left(\frac{3/6}{1+3/6}\right) + 5 * \left(\frac{2/6}{1+4/6}\right) + 3 * \left(\frac{1/6}{1+5/6}\right) + 1 * \left(\frac{0/6}{1+6/6}\right)$, wat vermenigvuldigd met de raadkans van 1 / 4! een raadscore van ~0.371 oplevert.

Hotspotvragen en Drag- & Drop/Sleepvragen

Eerst wordt per cirkel of hotspotgebied de oppervlakte berekend (bij benadering), zowel met als zonder overlap met één of meerdere hogergelegen gebieden. Hierna wordt gekeken a.d.h.v. minKeuze en maxKeuze (als bv. één en dezelfde afbeelding drie keer kan worden geplaatst, dan is maxKeuze 3) welke antwoorden mogelijk zijn (geen één gekozen gebied, of juist twee van de drie), en wat de kans is precies dit antwoord te geven.

(N.B.: een gebied kan maar één keer worden gekozen. Er hoeft dus geen rekening mee te worden gehouden dat de deelnemer 2x dezelfde locatie aangeeft.)

Voorbeeld:

- Een afbeelding bevat naast elkaar drie overlappende gebieden, die elk 20% van het totale gebied bedekken, en elkander met 25%. Zo wordt $20\% * 3 - (2 * 20\% * 25\%) = 50\%$ van de afbeelding bedekt (totale oppervlak – 2x overlap).
- Stel dat de maximale score geldt bij het antwoord gebied 1 en gebied 2. De kans om gebied 1 te kiezen is 20%, en de kans om gebied 2 te kiezen daarna ook. (Normaalgesproken zorgt de overlap van gebied 1 over gebied 2 ervoor dat gebied 2 een effectieve oppervlakte van 15% heeft, maar doordat een gebied maar één keer gekozen kan worden valt gebied 1 weg, en de overlap daarmee ook. Evt. andere overlappende gebieden worden echter uiteraard niet genegeerd.) De raadkans is daarmee $20\% * 20\% = 4\%$.

Voor de raadscore wordt geïteerd over alle antwoorden, en de score per antwoord (som van de resp. afleiderpunten) wordt vermenigvuldigd met de raadkans per antwoord.

Punten grafisch verbinden

Dit is effectief Matching/Matrixvragen met meerdere associaties per rij. De raadkans en raadscore worden dan ook op dezelfde manier berekend.

Open vragen/invulvragen/uploadvragen

De raadkans en raadscore voor open vragen, invulvragen en uploadvragen zijn altijd 0.

Samengestelde vragen

Voor samengestelde vragen worden de raadkans en -score per onderliggende vraag verzameld. De raadkans worden vermenigvuldigd, en de raadkans opgeteld.

Mocht een raadscore negatief uitvallen, dan wordt hiervoor 0 gerekend.